



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина) (СПбГЭТУ «ЛЭТИ»)

---

Кафедра теоретических основ электротехники

**Отчет**  
**по лабораторной работе № 9**  
**по дисциплине «Теоретические Основы Электротехники»**  
**Тема: «Исследование индуктивно связанных цепей».**

Студент гр. 1202, ФЭЛ

Алексей Т. С.

Преподаватель

Соседов Н. А.

Санкт-Петербург

2023 г.

## Работа № 9

### ИССЛЕДОВАНИЕ ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫХ ЦЕПЕЙ

*Цель работы:* экспериментальное определение параметров двух индуктивно связанных катушек и проверка основных соотношений индуктивно связанных цепей при различных соединениях катушек.

#### 9.1. Подготовка к работе

Схема замещения двух индуктивно связанных катушек, удовлетворительно учитывающая электромагнитные процессы в диапазоне низких и средних частот, представлена на рис. 9.1, где  $L_1$ ,  $R_1$  и  $L_2$ ,  $R_2$  – индуктивности и сопротивления соответственно первой и второй катушек;  $M$  – их взаимная индуктивность.

Степень магнитной связи двух катушек определяется коэффициентом связи:

$$k = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{|x_M|}{\sqrt{x_1 x_2}}, \quad (9.1)$$

где  $x_1 = \omega L_1$ ,  $x_2 = \omega L_2$  – индуктивные сопротивления катушек;  $x_M = \omega M$  – сопротивление взаимной индуктивности; при этом  $0 \leq k \leq 1$ .

В режиме гармонических колебаний (в установившемся синусоидальном режиме) уравнения цепи на рис. 9.1 имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 + j\omega M\dot{I}_2 = (R_1 + jx_1)\dot{I}_1 + jx_M\dot{I}_2, \\ \dot{U}_2 &= j\omega M\dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 = jx_M\dot{I}_1 + (R_2 + jx_2)\dot{I}_2. \end{aligned} \right\} \quad (9.2)$$

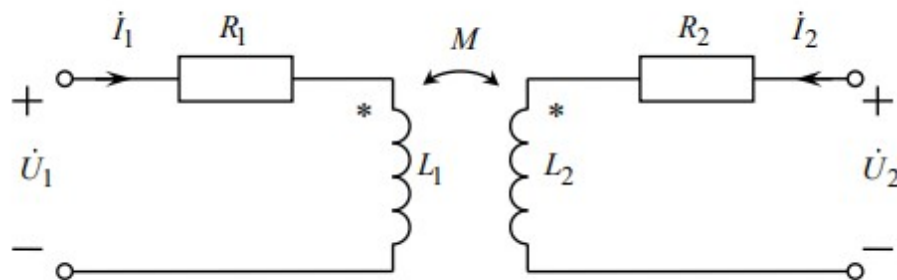


Рис. 9.1

Знак  $M$  и  $x_M$  определяется выбором положительных направлений токов  $I_1$  и  $I_2$ . Для выбранных направлений токов  $M > 0$ , если включение катушек согласное, и  $M < 0$ , если включение встречное. Способ включения катушек устанавливается с помощью однополярных выводов, отмеченных «звездочками»: если токи катушек направлены одинаково относительно однополярных выводов (например, как показано на рис. 9.1), то катушки включены согласо; в противном случае включение встречное.

Параметры уравнения (9.2) могут быть определены из двух опытов холостого хода, в одном из которых  $I_2 = 0$ , в другом  $I_1 = 0$ ; осуществляют эти опыты размыканием соответствующей пары внешних выводов катушек. Если используют катушки достаточно высокой добротности ( $\omega L \gg R$ ), то при определении индуктивностей допустимо пренебречь активными сопротивлениями обмоток катушек, т. е. считать  $R_1 = 0$  и  $R_2 = 0$ ; ошибка при этом будет несущественной с точки зрения инженерной практики. Полагая в уравнениях (9.2) сначала  $I_2 = 0$ , а затем  $I_1 = 0$ , при условии  $R_1 = R_2 = 0$  получаем соответственно:

$$\left. \begin{aligned} x_1 = \omega L_1 = U_1/I_1; |x_M| = |\omega M| = U_2/I_1, \\ x_2 = \omega L_2 = U_2/I_2; |x_M| = |\omega M| = U_1/I_2. \end{aligned} \right\} \quad (9.3)$$

На рис. 9.2, а показано последовательное соединение двух индуктивно связанных катушек. В этом случае  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}$ ,  $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$  и из уравнений (9.2) при  $R_1 = R_2 = 0$  находим выражение эквивалентной индуктивности:

$$L_3 = \frac{U}{\omega I} = L_1 + L_2 + 2M. \quad (9.4)$$

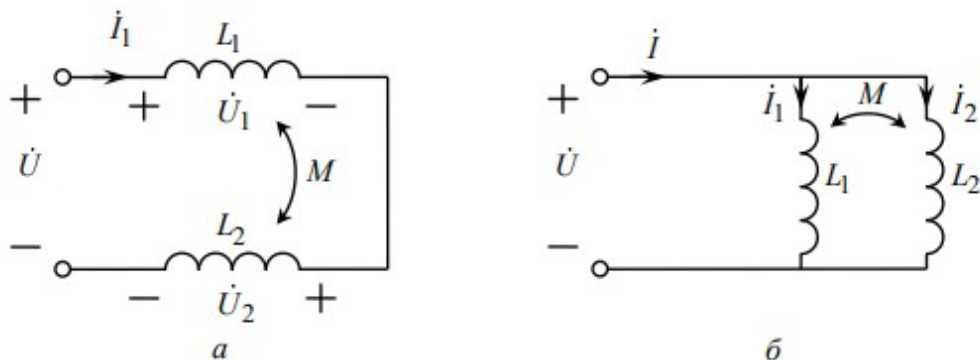


Рис. 9.2

Для параллельного соединения (рис. 9.2, б)  $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}$ ,  $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ . Решая систему уравнений (9.2) относительно токов с учетом  $R_1 = R_2 = 0$ , можно получить выражение эквивалентной индуктивности:

$$L_3 = \frac{U}{\omega I} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}. \quad (9.5)$$

В выражениях (9.4), (9.5)  $M > 0$  при согласном и  $M < 0$  при встречном включении катушек.

Если к выводам второй катушки присоединить нагрузочное сопротивление  $Z_H$ , получим двухобмоточный трансформатор (рис. 9.3). В трансформаторе энергия от источника, включенного в цепь первичной обмотки, передается нагрузке  $Z_H$ , подключенной ко вторичной обмотке. Эта передача осуществляется без электрической связи между обмотками посредством изменяющегося потока взаимной индукции.

Рассматривая трансформатор как четырехполюсник, можно его передающие свойства характеризовать функциями передачи напряжений и токов. Положив  $\dot{U}_2 = -Z_H \dot{I}_2$ , из уравнений (9.2) при  $R_1 = R_2 = 0$  получаем:

$$H_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{j\omega M Z_H}{\omega^2 (M^2 - L_1 L_2) + j\omega L_1 Z_H}.$$

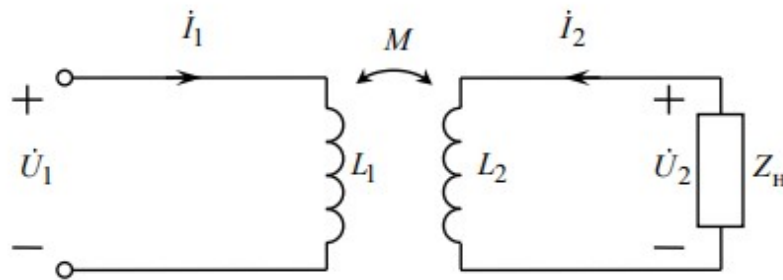


Рис. 9.3

В случае активной нагрузки ( $Z_H = R_H$ ) модуль функции передачи по напряжению (АЧХ)

$$|H_U(j\omega)| = \frac{|M| R_H}{\omega \sqrt{(L_1 L_2 - M^2)^2 + (L_1 R_H / \omega)^2}}. \quad (9.6)$$

## Обработка результатов

- 1) Определим индуктивности катушек, взаимную индуктивность и коэффициент связи индуктивно-связанных параллельно соединённых катушек (при  $f=1$  (кГц) и напряжении ГС  $U=2$  (В)):

$$\omega=2\pi f, \begin{cases} x_1=\omega L_1=\frac{U_1}{I_1} \\ x_2=\omega L_2=\frac{U_2}{I_2} \end{cases}, \begin{cases} |x_M|=\omega M=\frac{U_2}{I_1} \\ |x_M|=\omega M=\frac{U_1}{I_2} \end{cases};$$

Табл. 9.1 – «Расчитанные параметры параллельно соединённых ИСК».

№ Катушки	$x, Ом$	$L, мГн$	$ x_M , Ом$	$ M , мГн$
1	144.9	23.1	108.7	17.3
2	317.5	50.5	107.9	17.2

$$x_1=\frac{U_1}{I_1}=\frac{2.00}{13.8 \cdot 10^{-3}}=144.9(Ом), x_2=\frac{U_2}{I_2}=\frac{2.00}{6.3 \cdot 10^{-3}}=317.5(Ом);$$

$$L_1=\frac{x_1}{2\pi f}=\frac{144.9}{2\pi \cdot 1000}=23.1(мГн), L_2=\frac{x_2}{2\pi f}=\frac{317.5}{2\pi \cdot 1000}=50.5(мГн);$$

$$|x_M|=\frac{U_2}{I_1}=\frac{1.50}{13.8 \cdot 10^{-3}}=108.7, |x_M|=\frac{U_1}{I_2}=\frac{0.68}{6.3 \cdot 10^{-3}}=107.9;$$

$$|M|=\frac{|x_M|}{2\pi f}=\frac{108.7}{2\pi \cdot 1000}=17.3(мГн), |M|=\frac{|x_M|}{2\pi f}=\frac{107.9}{2\pi \cdot 1000}=17.2(мГн);$$

- 2) Исследуем последовательное соединение индуктивно-связанных катушек (при  $f=1$  (кГц) и напряжении ГС  $U=2$  (В)):

Табл. 9.2 – «Расчитанные параметры последовательно соединённых ИСК».

Включение	$I, мА$	$U_1, В$	$U_2, В$	$L_s, мГн$
Согласное	2.9	0.735	1.234	108.2
Встречное	8.2	0.297	1.719	39.0

Расчёты для согласного включения катушек:

$$L_s=L_1+L_2+2 \cdot |M|=23.1+50.5+2 \cdot 17.3=108.2(мГн);$$

$$I=\frac{U}{\omega L_s}=\frac{U}{2\pi f L_s}=\frac{2.00}{2\pi \cdot 108.2}=2.9(мА);$$

$$U_1=I \cdot (x_1+|x_M|); U_2=I \cdot (x_2+|x_M|);$$

$$U_1=2.9 \cdot 10^{-3} \cdot (144.9+108.7)=0.735(В);$$

$$U_2=2.9 \cdot 10^{-3} \cdot (317.5+107.9)=1.234(В);$$

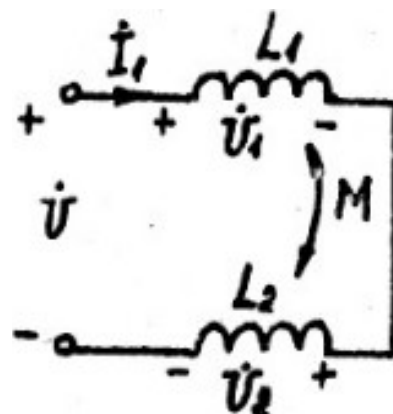


Рис. 9.5 – «Последовательное соединение катушек».

Расчёты для встречного включения катушек:

$$L_3 = L_1 + L_2 - 2 \cdot |M| = 23.1 + 50.5 - 2 \cdot 17.3 = 39.0 \text{ (мГн)};$$

$$I = \frac{U}{\omega L_3} = \frac{U}{2\pi f L_3} = \frac{2.00}{2\pi \cdot 39.0} = 8.2 \text{ (мА)}$$

$$U_1 = I \cdot (x_1 - |x_M|); U_2 = I \cdot (x_2 - |x_M|);$$

$$U_1 = 8.2 \cdot 10^{-3} \cdot (144.9 - 108.7) = 0.297 \text{ (В)};$$

$$U_2 = 8.2 \cdot 10^{-3} \cdot (317.5 - 107.9) = 1.719 \text{ (В)};$$

3) Исследуем параллельное соединение индуктивно-связанных катушек (при  $f = 1 \text{ (кГц)}$  и напряжении ГС  $U = 2 \text{ (В)}$ ):

Табл. 9.3 – «Расчитанные параметры параллельно соединённых ИСК».

Включение	$I$ , мА	$L_3$ , мГн
Согласное	14.3	22.2
Встречное	39.8	8.0

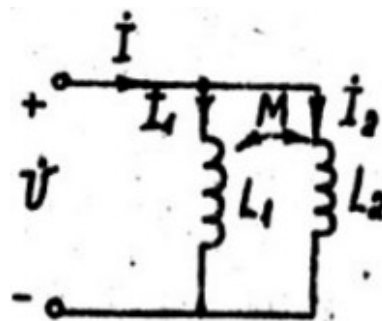


Рис. 9.6 – «Параллельное соединение катушек».

Расчёты для согласного включения катушек:

$$L_3 = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2 \cdot |M|} = \frac{(23.1 \cdot 50.5 - (17.3)^2) \cdot 10^{-6}}{(23.1 + 50.5 - 2 \cdot 17.3) \cdot 10^{-3}} = 22.2 \text{ (мГн)}$$

$$I = \frac{U}{2\pi f L_3} = \frac{2.00}{2\pi \cdot 22.2} = 14.3 \text{ (мА)}$$

Расчёты для встречного включения катушек:

$$L_3 = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2 \cdot |M|} = \frac{(23.1 \cdot 50.5 - (17.3)^2) \cdot 10^{-6}}{(23.1 + 50.5 + 2 \cdot 17.3) \cdot 10^{-3}} = 8.0 \text{ (мГн)}$$

$$I = \frac{U}{2\pi f L_3} = \frac{2.00}{2\pi \cdot 8.0} = 39.8 \text{ (мА)}$$

4) Исследуем АЧХ функции передачи трансформатора по напряжению:

$$|H_U(j\omega)| = \frac{|M| \cdot R_n}{2\pi f \cdot \sqrt{(L_1 \cdot L_2 - M^2)^2 + \left(\frac{L_1 R_n}{2\pi f}\right)^2}};$$

$$|H_U(j\omega)| = \frac{U_2}{U_1}, U_2 = U_1 \cdot |H_U(j\omega)|$$

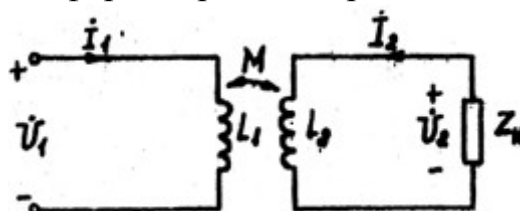


Табл. 9.4 – «Значения напряжения – теоретические и экспериментальные».

$f, Гц$	Нагрузка $R_{н1} = 100 (Ом)$				Нагрузка $R_{н2} = 1000 (Ом)$			
	$U_1, В$	$U_2, В$	$ H_U(j\omega)  = U_2/U_1$		$U_1, В$	$U_2, В$	$ H_U(j\omega)  = U_2/U_1$	
			Опыт	Расчёт			Опыт	Расчёт
100	2.0	1.20	1.20	1.46	2.0	1.49	1.49	1.50
200	2.0	1.20	1.20	1.35	2.0	1.49	1.49	1.50
300	2.0	1.12	1.12	1.22	2.0	1.50	1.50	1.49
400	2.0	1.04	1.04	1.09	2.0	1.49	1.49	1.49
500	2.0	0.93	0.93	0.97	2.0	1.48	1.48	1.49
600	2.0	0.84	0.84	0.86	2.0	1.48	1.48	1.48
700	2.0	0.75	0.75	0.78	2.0	1.47	1.47	1.48
800	2.0	0.71	0.71	0.70	2.0	1.46	1.46	1.47
900	2.0	0.64	0.64	0.64	2.0	1.45	1.45	1.47
1000	2.0	0.59	0.59	0.59	2.0	1.44	1.44	1.46
2000	2.0	0.32	0.32	0.31	2.0	1.35	1.35	1.35
3000	2.0	0.21	0.21	0.21	2.0	1.20	1.20	1.22
4000	2.0	0.17	0.17	0.16	2.0	1.09	1.09	1.09
5000	2.0	0.13	0.13	0.13	2.0	0.96	0.96	0.97
6000	2.0	0.11	0.11	0.11	2.0	0.83	0.83	0.86
7000	2.0	0.08	0.08	0.09	2.0	0.76	0.76	0.78
8000	2.0	0.07	0.07	0.08	2.0	0.69	0.69	0.70
9000	2.0	0.06	0.06	0.07	2.0	0.65	0.65	0.64
10000	2.0	0.06	0.06	0.06	2.0	0.58	0.58	0.58

Построим АЧХ функции передачи трансформатора по напряжению:

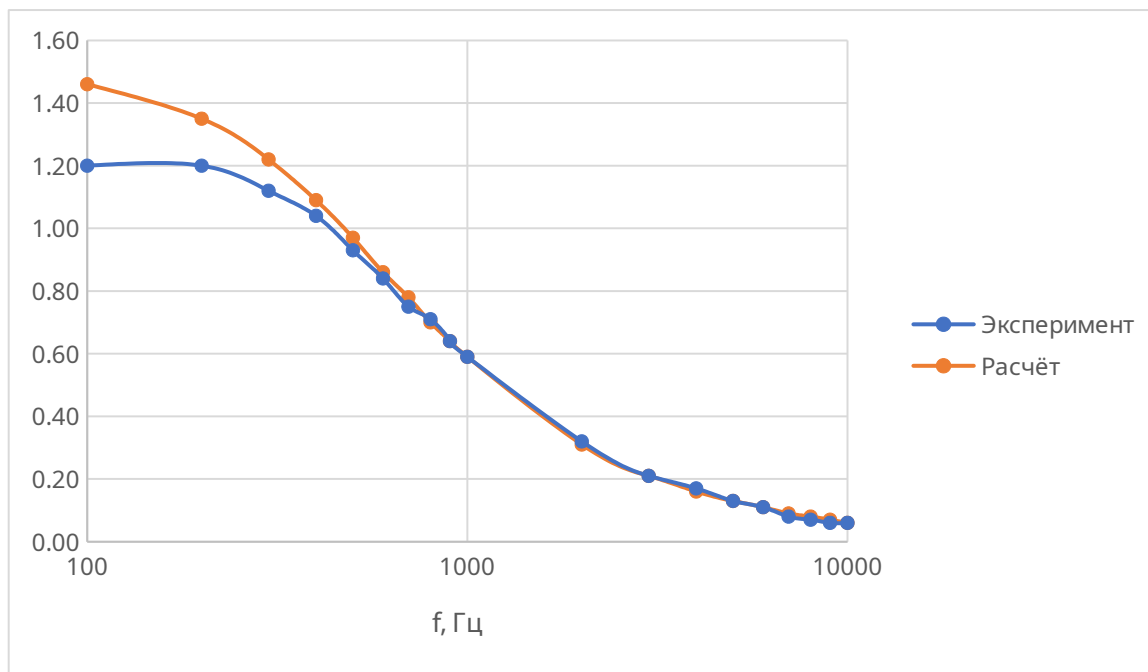


Рис. 9.8 – «АЧХ функции передачи при  $R_n = 100$  (Ом)».

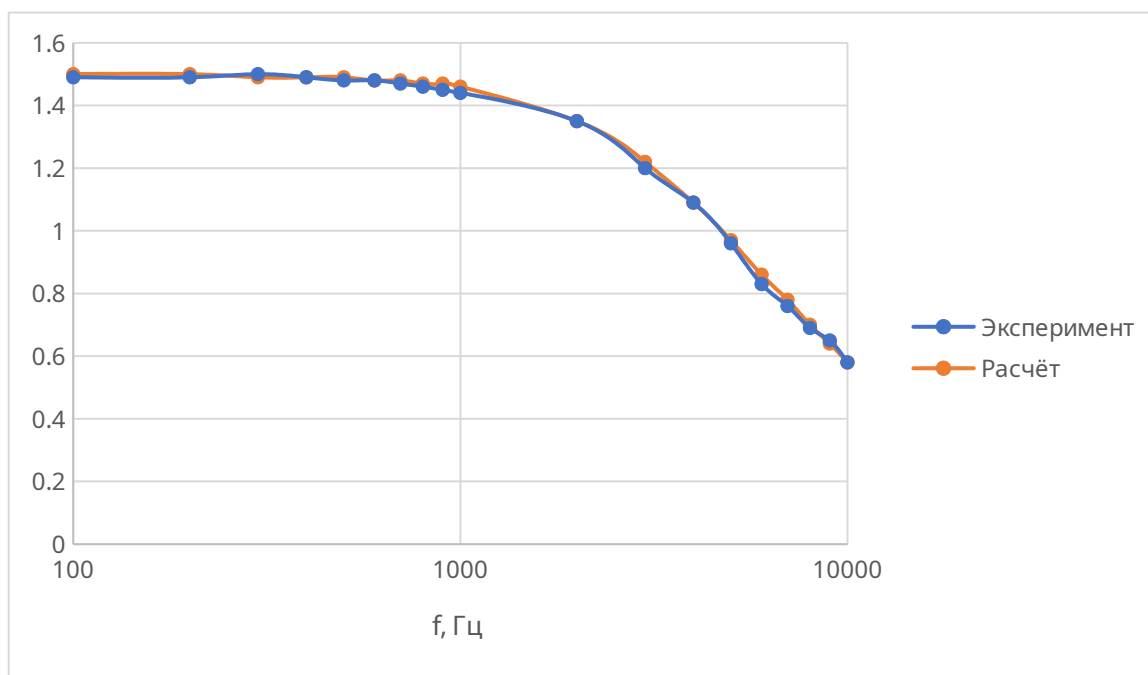


Рис. 9.9 – «АЧХ функции передачи при  $R_n = 1000$  (Ом)».

**Вывод:** в результате выполнения лабораторной работы мы исследовали индуктивно связанные катушки, подключенные последовательно и параллельно, АЧХ функции передачи по напряжению. Теоретические расчёты примерно совпадают с экспериментальными значениями.



## ОТВЕТЫ НА КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1) Как установить правильность выполнения проведенных исследований?

При определении индуктивностей катушек, взаимной индуктивности и коэффициента связи правильность исследования проверяется путем вычисления  $x_M$ ; при исследовании последовательного соединения – с помощью уравнений Кирхгофа.

2) Как практически разметить однополярные выводы двух индуктивно-связанных катушек?

Для согласного включения ток должен быть направлен симметрично с однополярными выводами, для встречного – не симметрично.

3) При каком соотношении между параметрами катушек  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $M$  напряжение одной из них в режиме гармонических колебаний при последовательном соединении катушек и встречном включении будет отставать от тока?

В области низких частот передача сигнала ограничивается шунтирующим действием парной  $L_\mu$  – сопротивление индуктивности намагничивания (в реальных трансформаторах), а в области высоких частот – падением напряжения от тока нагрузки в индуктивностях рассеивания.

4) Почему АЧХ трансформатора падает в области низких и высоких частот? В какой частотной области исследуемый трансформатор приближается к идеальному? Почему на нулевой частоте сигнал через трансформатор к нагрузке не проходит?

Идеальный трансформатор производит деление напряжения и умножение тока в  $n$  раз. Таким образом исследуемый трансформатор близок к идеальному на частотах, где АЧХ приближается к прямой;  $|L_\mu| = U_\mu / (I_\mu \omega)$ , где  $U_\mu$ ,  $I_\mu$  – напряжение и ток намагничивания; при  $\omega \rightarrow 0$   $L_\mu \rightarrow 0 \Rightarrow$  шунтирующее действие  $L_\mu$  ограничивает передачу сигнала на низких частотах.

5) Чем объяснить резкое расхождение расчетных и опытных значений  $|H_v(j\omega)|$  при  $\omega \rightarrow 0$ ?

Резкое расхождение в опыте и расчете при  $\omega \rightarrow 0$  объясняется тем, что при расчете мы рассматриваем идеальный трансформатор, а в реальном трансформаторе функция передачи с ограниченной полосой частот, у которой ширина определяется значениями параметров трансформатора.

